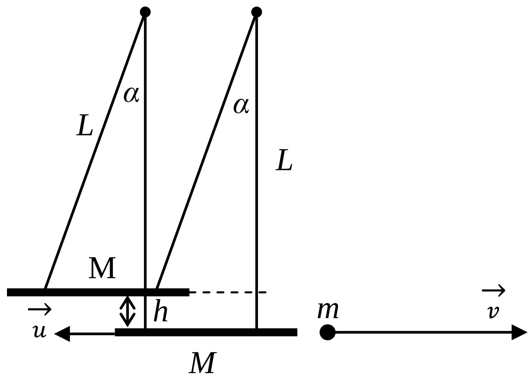
62 LIETUVOS FIZIKOS OLIMPIADOS
III rato 11 klasės uždaviniai ir sprendimai

1. Šautuvas.

Sąlyga

Horizontalus šautuvas pakabintas ant dviejų vertikalių siūlų. Šautuvui iššovus, siūlai nukrypo nuo vertikaliosios padėties kampu $\alpha = 0{,}087$ rad. Po kiek laiko t nuo šūvio momento šautuvas grįš į pradinę padėtį? Kam lygūs siūlų ilgiai L? Šautuvo masė $M = 3{,}5$ kg, kulkos masė $m = 9{,}2$ g, jos greitis $v = 290$ m/s.

Sprendimas.



Braižome brėžinį. (2 taškai)

Kadangi nukrypimo kampas yra mažas, galime taikyti matematinės švytuoklės formulę.

$t = 0{,}5T = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, (1 taškas)

čia $g = 9{,}81\ m/s^2$ - laisvojo kritimo pagreitis. Nukrypus siūlams, šautuvas pakilo į aukštį h.

$h = L(1 - \cos\alpha)$. (1 taškas)

Iš energijos tvermės dėsnio:

$Mgh = \frac{Mu^2}{2}$, (1 taškas)

čia u - pradinis šautuvo greitis. Iš impulso tvermės dėsnio:

$mv = Mu$.

Sustatę į pirmąją formulę, gauname:

$t = \pi\frac{mv}{Mg}\sqrt{\frac{1}{2(1-\cos\alpha)}}$, (1 taškas)

$\boxed{\boldsymbol{t = \pi\frac{mv}{Mg\alpha}}.}$ (1 taškas)

$$t = 3{,}14\frac{0{,}0092 \cdot 290}{3{,}5 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}087} \approx 2{,}8\ \text{(s)}.$$

$\boxed{\boldsymbol{t = 2{,}8}\ \mathbf{s}.}$ (1 taškas)

$\boxed{\boldsymbol{L = \frac{gt^2}{\pi^2}}.}$ (1 taškas)

$\boxed{\boldsymbol{L = 7{,}8}\ \mathbf{m}.}$ (1 taškas)

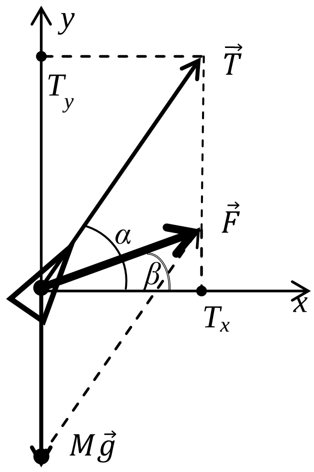
2. Raketa.

Sąlyga.

Masės $M = 4{,}3 \cdot 10^4$ kg raketa kyla nuo žemės paviršiaus. Variklio traukos jėga yra nukreipta taip, kad sudarytų $\alpha = 60°$ kampą su horizontu, o jos modulis $T = 9{,}8 \cdot 10^5$ N. Raskite raketos pagreitį a ir jo kryptį (kampą β, kurį pagreičio kryptis sudaro su horizontu). Kam lygus masės $m = 1$ kg kūno, esančio raketoje, svoris P?

Sprendimas.

Raketą veikia dvi jėgos: sunkio $M\vec{g}$ ir variklio traukos $\vec{T}$. Iš šių dviejų jėgų atstojamosios jėgos $\vec{F}$ galima surasti raketos pagreitį. Braižome brėžinį. (1 taškas)



Randame pagreitį ir jo modulį:

$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{M}, \quad a = \frac{F}{M}.$ (1 taškas)

Atstojamosios jėgos modulis

$|\vec{F}| = F = \sqrt{\left(T_y - Mg\right)^2 + T_x^2}.$ (1 taškas)

Traukos jėgos dedamosios

$T_x = T\cos\alpha, \quad T_y = T\sin\alpha.$

$F = \sqrt{(T\sin\alpha - Mg)^2 + (T\cos\alpha)}.$

$\boxed{\boldsymbol{a} = \frac{\sqrt{(\boldsymbol{T}\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{Mg})^2 + (\boldsymbol{T}\cos\boldsymbol{\alpha})^2}}{\boldsymbol{M}}.}$ (1 taškas)

$$a = \frac{\sqrt{(9{,}8 \cdot 10^5 \cdot \sin 60° - 4{,}3 \cdot 10^4 \cdot 9{,}81)^2 + (9{,}8 \cdot 10^5 \cdot \cos 60°)^2}}{4{,}3 \cdot 10^4} \approx 15{,}1\ (\mathrm{m/s^2}).$$

$\boxed{\boldsymbol{a} = \mathbf{15\ m/s^2}.}$ (1 taškas)

Dabar randame kampą β.

$\boxed{\mathbf{tg}\boldsymbol{\beta} = \frac{\boldsymbol{T}\sin\boldsymbol{\alpha} - \boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{T}\cos\boldsymbol{\alpha}}.}$ (1 taškas)

$\boxed{\mathbf{tg}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{41}°.}$ (1 taškas)

Kūno, esančio raketoje, svoris yra proporcingas raketos svoriui P_R:

$P = P_\mathrm{R}\frac{m}{M}.$

Pagal apibrėžimą, kūno svoris tai jėga, su kuria kūnas veikia atramą arba pakabą. Šiuo atveju „atrama“ tai raketos variklio išmetamos dujos. Pagal trečiąjį Niutono dėsnį:

$\vec{P}_\mathrm{R} = -\vec{T}.$ (1 taškas)

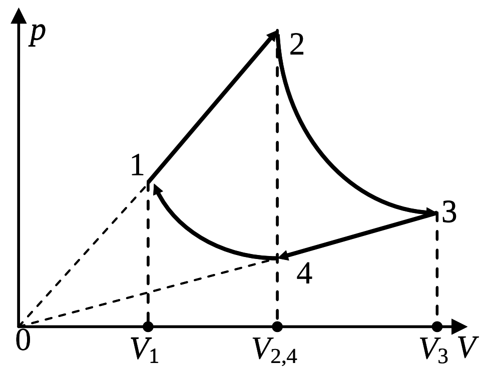
Vadinasi

$\boxed{\boldsymbol{P} = \boldsymbol{T}\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{M}} \approx \mathbf{23}\ (\mathrm{N}).}$ (2 taškai)

3. Uždaras ciklas.

Sąlyga

Idealiųjų dujų molis dalyvauja procese pavaizduotame *p*-*V* koordinatėse. Tiesių 1-2 ir 3-4 tęsiniai eina per koordinačių pradžią. Kreivės 2-3 ir 4-1 yra izotermės. Pavaizduokite šį procesą *T*-*V* koordinatėse ir raskite tūrį V_3, jeigu V_1 yra žinomas ir $V_2 = V_4$.



Sprendimas

Iš 1-2 ir 3-4 grafikų $p_1/p_2 = V_1/V_2$ ir $p_3/p_4 = V_3/V_4$. (1 taškas)

Iš izoterminių procesų $p_1V_1 = p_4V_4$ ir $p_3V_3 = p_2V_2$. (1 taškas)

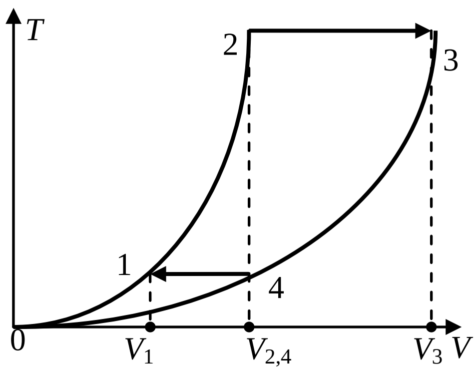
Gauname $V_3 = V_2V_4/V_1$. Kadangi $V_2 = V_4$, $\boxed{\boldsymbol{V_3 = V_2^2/V_1}}$. (2 taškai)

Izoterminiai procesai *T*-*V* koordinatėse vaizduojami tiesėmis. (1 taškas)

Kitais atvejais, kadangi $pV = RT$, gauname $T \sim V^2$ (2 taškai)

ir grafike vaizduojame parabolių atkarpas, kurių tęsiniai eina per koordinačių pradžią.

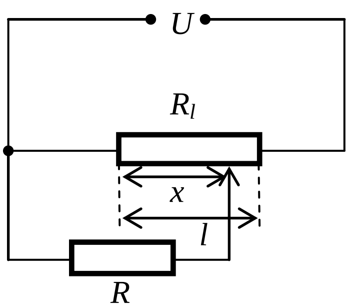
Braižome grafiką *T*-*V* koordinatėse. (3 taškai už teisingą ir visiškai tvarkingą grafiką)



4. Schema.

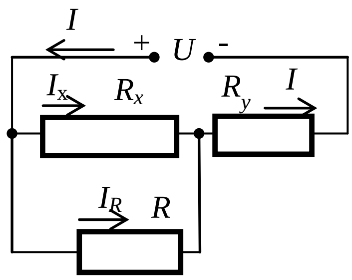
Sąlyga.

Potenciometras pagamintas iš l ilgio vielos. Jo pilnutinė varža R_l. Raskite srovės stiprį I_R, tekantį per varžą R (R=R_l), kaip funkciją nuo potenciometro slankiklio padėties x. Nubraižykite šios srovės stiprio I_R priklausomybės nuo x grafiką, jeigu R = R_1 = 1 kΩ, paduodama įtampa $U = 12$ V, o l = 26 cm.



Sprendimas

Perbraižome grandinę padalindami potenciometrą į dvi dalis, kurių varžas pažymime R_x ir R_y. (1 taškas)



Čia $R_x + R_y = R_l = al$, kur l yra potenciometro ilgis,

o $a = R_l/l$, proporcingumo koeficientas.

$I = I_x + I_R$.

$RI_R = R_x I_x = axI_1, \quad I_x = I_R \frac{R}{ax}$. (1 taškas)

$U = I_x R_x + (I_x + I_R)(R - R_x) = axI_x + a(l - x)(I_x + I_R)$. (1 taškas)

$U = alI_x + a(l - x)I_R$. (1 taškas)

Įstatę a ir I_x išraiškas gauname

$U = \left(\frac{l}{x}R + \frac{R}{l}(l - x)\right) I_R$ (1 taškas)

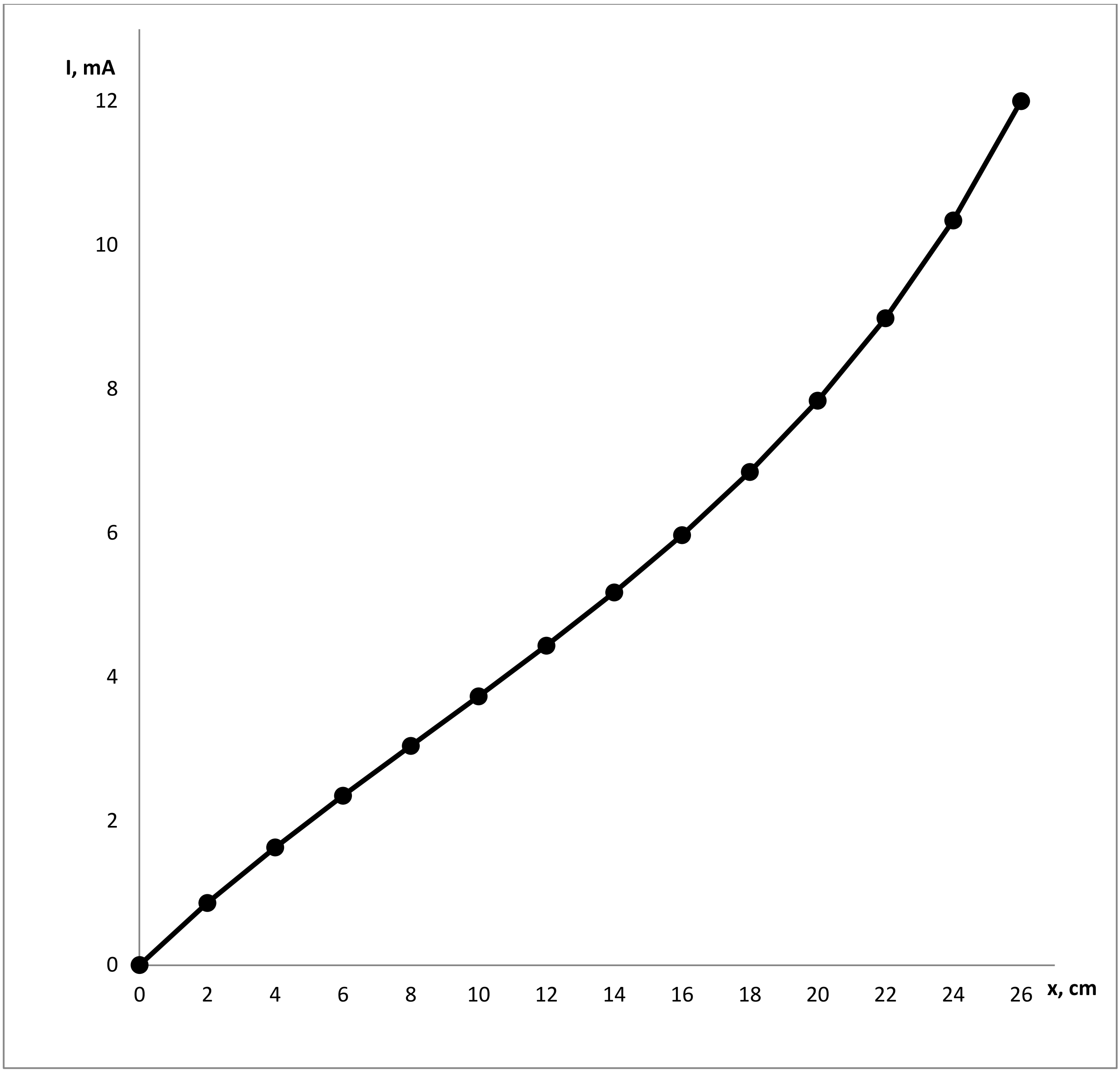
$$\boxed{\boldsymbol{I_R} = \frac{\boldsymbol{xlU}}{\boldsymbol{R(l^2 + x(l - x))}}.}$$ (1 taškas)

Pasinaudoję skaitinėmis vertėmis skaičiuojame I_R ir surašome į lentelę (ne mažiau 10 taškų). (2 taškai)

x, cm	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26
I_R, mA	0,0	0,9	1,6	2,4	3,0	3,7	4,4	5,2	6,0	6,8	7,8	9,0	10	12

Braižome grafiką. (1 taškas)

Pradžioje jis truputi išlenktas į viršų, o po to į apačią . (1 taškas)

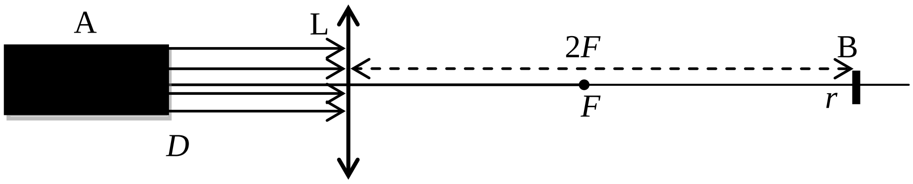


I, mA
12
10
8
6
4
2
0
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
x, cm

5. Fotoelementas.

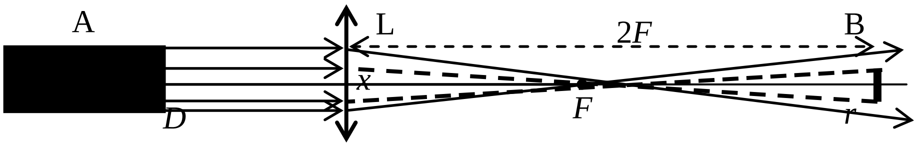
Sąlyga

Vienoje optinėje ašyje stovi lazeris A, lęšis L ir fotoelementas B. Lazerio spindulio skersmuo $D = 37$ mm, jo šviesos bangos ilgis $\lambda = 420$ nm, o spinduliuotės galia $W = 3{,}5$ W. Fotoelementas stovi lęšio dvigubame žydinio nuotolyje, jo imtuvo spindulys $r = 16$ mm. Raskite srovės stiprį fotoelemente, jeigu tik kas 13 fotonas, patekęs į jį, sukelia išorinį fotoefektą.



Sprendimas.

Braižome brėžinį. (1 taškas)



Srovės stipris fotoelemente proporcingas fotoelektronų skaičiui, atsirandančiam per laiko vienetą n:

$I = en$, čia $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C – elementarus krūvis. (1 taškas)

$n = Nk^{-1}$, čia N - patekusių į fotoelementą fotonų skaičius, $k = 13$. (1 taškas)

$N = M\frac{x^2}{D^2}$, (1 taškas)

Čia M – lazerio išspinduliuotų per laiko vienetą fotonų skaičius; x – pamatuotas prieš lęšį spinduliuotės, patenkančios į fotoelemento imtuvą, skersmuo:

$x = 2r\frac{F}{2F-F} = 2r;$ (1 taškas)

$M = \frac{W}{hf} = \frac{W\lambda}{hc};$ (1 taškas)

$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J·s - Planko konstanta, f – fotono dažnis, $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}$ m/s – šviesos greitis. Nesunku įsitikinti, kad $x < D$.

Sustatę viską į srovės išraišką, gauname:

$\boxed{\boldsymbol{I = \frac{4er^2W\lambda}{kchD^2}}.}$ (2 taškai)

$$I = \frac{4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}016^2 \cdot 3{,}5 \cdot 420 \cdot 10^{-9}}{13 \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8} \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 0{,}037^2} \approx 0{,}068 \text{ (A).}$$

$\boxed{\boldsymbol{I = 68}\ \textbf{mA.}}$ (2 taškai)